

Pisemny egzamin z matematyki – poziom rozszerzony

Klasa 1:

Zadanie 1(3pkt) Czy funkcje są równe? $f(x) = \frac{x^2-12}{(x-3)^2}$ oraz $g(x) = \frac{(x+2)(x-6)}{(3-x)^2}$

Zadanie 2(2pkt) Wyznacz wszystkie wartości k, dla których funkcja liniowa określona wzorem

$$f(x) = 15 - (k^2 + 18k + 81)x$$

Nie ma miejsc zerowych.

Zadanie 3(3pkt) Rozwiąż układ równań:

$$\begin{cases} (x-1)^2(x-1) - (x-2)^2(x-2) + y = 3x(x-2) \\ (2x-3)^2 - (2x+1)^2 = 2(10y-x) \end{cases}$$

Zadanie 4(4pkt) W trapezie suma miar kątów ostrych leżących przy dłuższej podstawie jest równa 102° . Dwusieczne tych kątów zawierają przekątne trapezu. Oblicz miary kątów trapezu.

Klasa 2:

Zadanie 4(3pkt) Wyznacz wszystkie wartości parametru p, dla których zbiór rozwiązań nierówności

$$\frac{3x+7}{2} \geq 5 - p \text{ jest przedziałem } < 2, +\infty).$$

Zadanie 5 (5pkt) Dla jakich wartości parametru m, równanie

$$4x^2 - 4(3m - 2)x + 6m - 5 = 0$$

Ma dwa rozwiązania, których kwadrat różnicy jest mniejszy od 9?

Zadanie 6 (4pkt) Przyprostokątne AB i AC trójkąta prostokątnego mają odpowiednio długość 8 i 6. Dwusieczna najmniejszego kąta przecina przeciwległy bok w punkcie D. Oblicz AD i DC.

Zadanie 7(3pkt) Wykaż, że podana równość jest tożsamością trygonometryczną dla kąta ostrego α .

$$\operatorname{ctg}(270^\circ - \alpha) \cdot \frac{\sin(180^\circ - \alpha)}{\cos(180^\circ - \alpha)} + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

Zadanie 8(4pkt) Rozwiąż równanie: $5x^3 + 11x^2 + 7x + 1 = 0$

Klasa 3:

Zadanie 9(4pkt) Suma trzech liczb tworzących ciąg geometryczny jest równa 35. Wyrazy: pierwszy, drugi i trzeci tego ciągu są odpowiednio pierwszym drugim i czwartym wyrazem ciągu arytmetycznego. Wyznacz ciąg geometryczny.

Zadanie 10 (3pkt) Ile jest liczb ośmiocyfrowych, których suma cyfr jest równa 9?

Zadanie 11(5pkt) Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu o podstawie kwadratowej jest równe 6. Jakie powinny być wymiary tego prostopadłościanu aby jego objętość była największa z możliwych?